

# 北方工业大学 2024 年硕士研究生招生考试大纲

考试科目名称： 高等代数

考试科目代码： 831

## 一、考试性质与范围

《高等代数》是数学类各专业的一门重要的专业基础必修课。它具有较强的抽象性、逻辑性。高等代数在数学的其它分支以及其它各个学科中都有着广泛的实际应用。

考试范围包括多项式、行列式、线性方程组、矩阵、二次型、线性空间、线性变换、 $\lambda$ -矩阵、欧氏空间。

## 二、考试基本要求

要求学生必须掌握《高等代数》的基本概念、定理和性质；能够运用高等代数的基本理论和方法解决代数问题，具备一定的计算和证明能力；能够分析和理解代数结构的性质和相互关系，具备抽象思维和逻辑推理能力。

## 三、考试形式与分值

1. 闭卷，笔试；
2. 满分为 150 分；
3. 题型为填空、选择、计算、证明等。

## 四、考试内容

### 1. 多项式

数域的概念；一元多项式环的概念；带余除法，整除及其性质；最大公因式的概念和有关定理；辗转相除法求最大公因式；互素的概

念；互素的充要条件及有关结论；不可约多项式的概念和性质；数域  $P$  上的因式分解及唯一性定理；重因式的概念和判定方法及有关推论；多项式函数的概念；余数定理；根与一次因式的关系；多项式与其根的联系、多项式与其值的联系；代数基本定理；复系数多项式因式分解定理和实系数多项式因式分解定理；本原多项式的概念；高斯定理；整系数多项式的全部有理根的方法；艾森斯坦因判别法。

## 2. 行列式

排列及其逆序数和奇偶性的概念；对换的概念及其对排列的奇偶性的作用； $n$  级行列式的概念； $n$  级行列式的性质；行列式计算方法；矩阵及其初等变换的概念；矩阵化为阶梯矩阵并由此求其行列式的方法；行列式按一行（列）展开定理；克兰姆法则。

## 3. 线性方程组

消元法（用初等变换化线性方程组为阶梯形，判断线性方程组和非线性方程组的解的情况，求一般解）； $n$  维向量空间的概念；向量组的线性相关、线性无关概念及与线性关系有关的重要结论；向量组的最大无关组及向量组的秩的概念；矩阵的秩的概念；非齐次线性方程组有解的充要条件及齐次线性方程组有非零解的充要条件；线性方程组的基础解系、通解等概念及解的结构。

## 4. 矩阵

矩阵的概念；矩阵的线性运算、乘法、转置及运算规律；矩阵乘积的行列式与秩；逆矩阵的概念及其存在的充分必要条件和有关性质；分块矩阵及其运算；由矩阵的初等变换理解矩阵的等价、秩、逆的概

念；用初等变换求矩阵秩的方法；分块矩阵的初等变换。

## 5. 二次型

二次型的定义及二次型的矩阵表示；合同变换；二次型的标准型；规范形的概念及其唯一性；惯性定理；二次型的分类及相关结论；正定二次型的概念及其判别法则；正定矩阵的概念及相关结论。

## 6. 线性空间

映射的概念及相关结论；线性空间的概念及相关结论；维数、基与坐标的概念及相关结论；基变换及过渡矩阵和坐标变换公式；线性子空间的概念及相关结论；子空间的交、和、直和的概念和相关结论；同构的概念及相关结论。

## 7. 线性变换

线性变换的定义；线性变换的运算和简单性质；线性变换在基下的矩阵及有关定理；线性变换的特征值和特征向量；特征多项式及有关性质；线性变换的值域与核的定义和有关定理；不变子空间的定义和有关结论；若当标准形；最小多项式的概念和应用。

## 8. $\lambda$ -矩阵

$\lambda$ -矩阵的概念；初等变换化 $\lambda$ -矩阵成为标准形；不变因子；矩阵相似的条件；行列式因子；初等因子；化复数域矩阵成为若当标准形的方法。

## 9. 欧几里得空间

欧几里得空间的概念和性质；标准正交基的概念及相关结论；欧氏空间的同构的概念及相关结论；正交变换及正交矩阵的概念及相关

结论；子空间的概念；子空间的正交及相关结论；实对称矩阵的标准形；向量到子空间的距离；最小二乘法。

## 五、参考书目

1. 《高等代数》(第五版), 北京大学数学系几何与代数教研室编, 高等教育出版社, 2019 年;

2. 《高等代数》(上下册)(第二版), 丘维声, 清华大学出版社, 2019 年。